CORRENTES E FEM INDUZIDA

1) Um material tem condutividade 10 S/m e permissividade relativa 2. Sabendo que o campo eléctrico é 20 sen(10^5t) (V/m), calcule: One material has a conductivity of 10 S/m and relative permittivity 2. Knowing that the electric field is 20 sin(105t) (V/m), calculate:

a) a densidade de corrente de condução, JC; the density of the conduction current, **JC**;

b) a densidade de corrente de deslocamento, JD; the density of the displacement current, **JD** ;

c) a frequência para a qual JC e JD teriam o mesmo valor RMS. the frequency to which **JC** and **JD** have the same RMS value.

$\sigma = 10\,\mathrm{S/m}$ $\qquad \varepsilon_r = 2$ $\qquad \mathrm{E} = 20\sin(10^5\,\mathrm{t})$ $\qquad \vec{\mathrm{J}}_\mathrm{C} = \sigma\vec{E}$ $\qquad \vec{\mathrm{J}}_\mathrm{D} = \frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon\vec{E})$

a) Resolução:

$\vec{\mathrm{J}}_\mathrm{C} = \sigma\vec{E}$ $\qquad \mathrm{J}_\mathrm{C} = 10\times 20\sin(10^5\,\mathrm{t})$ $\qquad \mathrm{J}_\mathrm{C} = 200\sin(10^5\,\mathrm{t})$

Resposta: $\mathrm{J}_\mathrm{C} = 200\sin(10^5\,\mathrm{t})$ (A/m^2)

b) Resolução:

$\vec{\mathrm{J}}_\mathrm{D} = \frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon\vec{E})$ $\qquad \mathrm{J}_\mathrm{D} = \frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_0\varepsilon_r 20\sin(10^5\,\mathrm{t}))$ $\qquad \mathrm{J}_\mathrm{D} = \varepsilon_0\varepsilon_r 20\times 10^5\cos(10^5\,\mathrm{t})$

$\mathrm{J}_\mathrm{D} = 8.854\times 10^{-12}\times 2\times 20\times 10^5\cos(10^5\,\mathrm{t})$ $\qquad \mathrm{J}_\mathrm{D} = 35.416\times 10^{-6}\cos(10^5\,\mathrm{t})$

Resposta: $\mathrm{J}_\mathrm{D} = 35.416\times 10^{-6}\cos(10^5\,\mathrm{t})$ (A/m^2)

c) Resolução:

$\frac{\mathrm{J}_\mathrm{C}}{\mathrm{J}_\mathrm{D}} = \frac{\sigma}{\varepsilon w}$ $\qquad 1 = \frac{\sigma}{\varepsilon w}$ $\qquad f = \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_r\varepsilon_0}$ $\qquad f = \frac{10}{2\pi\times 2\times 8.854\times 10^{-12}}$

$f = \frac{10}{2\pi\times 2\times 8.854\times 10^{-12}}$ $\qquad f = 89.8\,\mathrm{GHz}$ $\qquad$ Resposta: $f = 89.8\,\mathrm{GHz}$

2) Um condutor com 3 m de comprimento desloca-se paralelamente ao eixo dos xx com velocidade 3 m/s segundo o eixo dos yy. Sabendo que o condutor está na presença de um campo magnético com densidade de fluxo 1 T segundo o eixo dos zz, determine a tensão eléctrica induzida no condutor. A conductor parallel to the x-axis has 3m long and is moving at speed 3m/s according to the y-axis. Knowing that the conductor is in the presence of a magnetic flux density of 1T according to the z-axis, find the voltage induced in the conductor.

$$\mathrm{v} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\int_{\mathrm{S}} \vec{\mathrm{B}}\cdot \mathrm{d}\vec{\mathrm{S}} = -\int_{\mathrm{S}} \frac{\partial \vec{\mathrm{B}}}{\partial \mathrm{t}}\cdot \mathrm{d}\vec{\mathrm{S}} + \oint (\vec{\mathrm{U}}\times\vec{\mathrm{B}}).\mathrm{d}\vec{\mathrm{l}} \qquad \vec{\mathrm{U}} = 3\vec{u}_y \qquad \vec{\mathrm{B}} = 1\vec{u}_z \qquad \mathrm{d}\vec{\mathrm{l}} = \vec{u}_x dx \qquad \mathrm{L=3}$$

Como a densidade de fluxo magnético é constante $\int_{\mathrm{S}} \frac{\partial \vec{\mathrm{B}}}{\partial \mathrm{t}}\cdot \mathrm{d}\vec{\mathrm{S}} = 0$, logo:

$$\mathrm{v} = \oint (\vec{\mathrm{U}}\times\vec{\mathrm{B}}).\mathrm{d}\vec{\mathrm{l}} \qquad \mathrm{v} = \int_k^{k+3} (3\vec{u}_y \times 1\vec{u}_z).\vec{u}_x \,\mathrm{d}\,x \qquad \mathrm{v} = \int_k^{k+3} 3\vec{u}_x.\vec{u}_x \,\mathrm{d}\,x \qquad \mathrm{v} = 3\int_k^{k+3} \mathrm{d}\,x \qquad \mathrm{v} = 9$$

Resposta: v=9 V

3) Um condutor delimita uma área de 0,2 m^2 perpendicularmente à qual existe uma densidade de fluxo magnético variável no tempo dado por 200 cos(314t) (mT). Determine: A conductor delimits an area of 0,2m^2 which is perpendicular to a magnetic flux density with given by 200 cos (314t) (mT). Find:

a) a força electromotriz (fem) induzida no condutor; the electromotive force (emf) induced in the conductor;

b) a fem caso o condutor forma-se 100 espiras colineares; the emf if the conductor is a 100 turns planar coil;

c) a intensidade de corrente caso a impedância do condutor seja de 150 ohm, nas condições da alínea anterior. the current intensity if the conductor impedance is 150 ohm, in the conditions of the question above.

$$\mathrm{v} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\int_{\mathrm{S}} \vec{\mathrm{B}}\cdot \mathrm{d}\vec{\mathrm{S}} = -\int_{\mathrm{S}} \frac{\partial \vec{\mathrm{B}}}{\partial \mathrm{t}}\cdot \mathrm{d}\vec{\mathrm{S}} + \oint (\vec{\mathrm{U}}\times\vec{\mathrm{B}}).\mathrm{d}\vec{\mathrm{l}} \qquad \vec{\mathrm{B}} = 0.2\cos(314t)\vec{u}_z \qquad \mathrm{d}\vec{\mathrm{S}} = \vec{u}_z\,\mathrm{dS} \qquad \mathrm{S} = 0.2$$

a) Resolução:

Como a velocidade do condutor em relação ao campo magnético é nula $\oint (\vec{\mathrm{U}}\times\vec{\mathrm{B}}).\mathrm{d}\vec{\mathrm{l}} = 0$, logo:

$$\mathrm{v} = -\int_{\mathrm{S}} \frac{\partial \vec{\mathrm{B}}}{\partial \mathrm{t}}\cdot \mathrm{d}\vec{\mathrm{S}} \qquad \mathrm{v} = -\int_{\mathrm{S}} \partial \frac{0.2\cos(314t)\vec{u}_z}{\partial \mathrm{t}}\cdot \vec{u}_z\,\mathrm{dS} \qquad \mathrm{v} = -\int_{\mathrm{S}} \partial \frac{0.2\cos(314t)}{\partial \mathrm{t}}\mathrm{dS}$$

$$\mathrm{v} = 0.2\times 314\times\sin(314t)\int_{\mathrm{S}} \mathrm{dS} \qquad \mathrm{v} = 0.2\times 314\times\sin(314t)\times \mathrm{S} \qquad \mathrm{v} = 0.2\times 314\times\sin(314t)\times 0.2$$

$$\mathrm{v} = 0.2\times 314\times\sin(314t)\times 0.2 \qquad \mathrm{v} = 12.56\sin(314t)$$

Resposta: $12.56\sin(314t)$ V

José Puga, JTP@isep.ipp.pt

b) Resolução:

$\mathrm{v}_{100} = 100 \times \mathrm{v}$ $\qquad$ $\mathrm{v}_{100} = 100 \times 12.56 \sin(314t)$ $\qquad$ $\mathrm{v}_{100} = 1256 \sin(314t)$

Resposta: $\mathrm{v}_{100} = 1256 \sin(314t)\ \mathrm{V}$

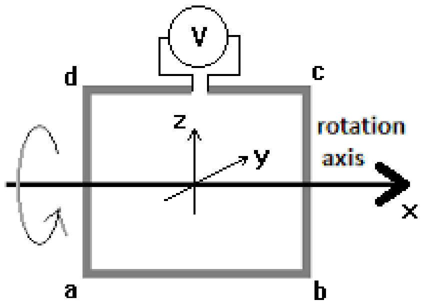
4) Uma bobina filamentar e planar com 100 espiras quadradas e de lado 20 cm está centrado em (0,0,0) paralelamente ao eixo dos xx e gira em torno dele com a velocidade de 1000 rot/s. A densidade de fluxo magnético na região é de 5 mT. Determine a expressão da fem induzida na bobina para os seguintes casos de orientação do campo: A planar square coil with 100 turns and 20cm side is centered in (0,0,0). Rotates at 1000 rot/s around the x-axis and is parallel to it. The magnetic flux density in the region is 5mT. Determine the expression of the coil induced voltage in the following cases:

a) fluxo orientado segundo o eixo dos xx; flux oriented along the x-axis;

b) orientado segundo o eixo dos yy; flux oriented along the y-axis;

c) orientado segundo o eixo dos zz. flux oriented along the z-axis.

N = 100;
Lado = 0.2 m;
Centro em (0, 0, 0);
w = 1000 × 2π rad/s;
|B| = 5 mT



a) Resolução:

$\vec{u}_B = \vec{u}_x$ $\qquad$ $\mathrm{v} = -\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}} \int_S \vec{\mathrm{B}} \cdot \mathrm{d}\vec{\mathrm{S}} = -\int_S \dfrac{\partial \vec{\mathrm{B}}}{\partial \mathrm{t}} \cdot \mathrm{d}\vec{\mathrm{S}} + \oint (\vec{\mathrm{U}} \times \vec{\mathrm{B}}).\mathrm{d}\vec{\mathrm{l}}$

Como B está orientado segundo o eixo dos xx e a rotação da espira é em torno do eixo dos xx então não provoca dB/dt, logo o primeiro termo da equação acima é nulo. O segundo termo mostra que existe força electromotriz induzida nos segmentos ab e cd. Como estas forças electromotrizes são iguais em módulo e sentido e estando em série uma com a outra, então a força electromotriz resultante é nula.

Restposta: A força electromotriz resultante é nula.

b) Resolução:

$\vec{u}_B = \vec{u}_y$ $\qquad$ $v = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$ $\qquad$ $\vec{B} = B\times\vec{u}_y$ $\qquad$ $d\vec{S} = [\vec{u}_y\cos(wt) + \vec{u}_z\sin(wt)]dS$

$v = -\frac{d}{dt}\int_S B\times\vec{u}_y \cdot [\vec{u}_y\cos(wt) + \vec{u}_z\sin(wt)]dS$ $\qquad$ $v = -\frac{d}{dt}\int_S B\times\cos(wt)dS$

$v = -\frac{d}{dt}(B\times\cos(wt)\times S)$ $\qquad$ $v = B\times S\times w\times\sin(wt)$

$v = 5\times10^{-3}\times0.2\times0.2\times1000\times2\pi\times\sin(1000\times2\pi\times t)$ $\qquad$ $v = 1.26\times\sin(2000\pi\times t)$

Para as 100 espiras

$v_{100} = 100\times v$ $\qquad$ $v_{100} \cong 126\times\sin(2000\pi\times t)$

OU

$v = -\int_S \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S} + \oint(\vec{U}\times\vec{B}).d\vec{l}$ $\qquad$ $\vec{B} = B\vec{u}_y$ $\qquad$ $d\vec{l} = \vec{u}_x dx$

$v = -\int_S \frac{\partial B\times\vec{u}_y}{\partial t}\cdot d\vec{S} + \oint(\vec{U}\times\vec{B}).d\vec{l}$ $\qquad$ $v = 0 + \oint(\vec{U}\times\vec{B}).d\vec{l}$ $\qquad$ $v = \oint(\vec{U}\times\vec{B}).d\vec{l}$

$v = \int_b^a(\vec{U}\times\vec{B}).d\vec{l} + \int_a^d(\vec{U}\times\vec{B}).d\vec{l} + \int_d^c(\vec{U}\times\vec{B}).d\vec{l} + \int_c^b(\vec{U}\times\vec{B}).d\vec{l}$ $\qquad$ $v = \int_b^a(\vec{U}\times\vec{B}).d\vec{l} + 0 + \int_d^c(\vec{U}\times\vec{B}).d\vec{l} + 0$

$v = 2\int_b^a(\frac{\overline{ad}}{2}\, w\,(\vec{u}_y\cos(wt) + \vec{u}_z\sin(wt))\times B\vec{u}_y).d\,x\vec{u}_x$ $\qquad$ $v = \int_b^a(\overline{ad}\; w\,(-\vec{u}_x\sin(wt))\times B).d\,x\vec{u}_x$

$v = \int_b^a(\overline{ad}\; w\,(-\sin(wt))\times B).d\,x$ $\qquad$ $v = -\overline{ad}\;\overline{ab}\; w\,(-\sin(wt))\times B$

$v = \overline{ad}\;\overline{ab}\; w\sin(wt)\times B$ $\qquad$ $v = 0.2\times0.2\times2000\pi\times5\times10^{-3}\sin(wt)$

$v = 1.26\times\sin(2000\pi\times t)$

Para as 100 espiras

$v_{100} = 100 \times v$ $\qquad$ $v_{100} = 126 \times \sin(2000\pi \times t)$

Resposta:

$v_{100} \cong 126 \times \sin(2000\pi \times t)$

c) Resolução:

O mesmo que na alínea anterior mas desfasado de 90º

Resposta:

$v_{100} \cong 126 \times \sin(2000\pi \times t + \pi / 2)$